

## الترتيب والعمليات

### 1- مقارنة عددين حقيقيين

#### خاصية

لمقارنة عددين حقيقيين  $a$  و  $b$ : نحدد إشارة فرقهما  
إذا كان  $a - b \geq 0$  فإن  $a \geq b$   
إذا كان  $a - b \leq 0$  فإن  $a \leq b$

#### مثال

لنقارن العددين 9 و  $\frac{3}{7}$

لدينا :

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} - 9 &= \frac{3}{7} - \frac{63}{7} \\ &= \frac{-60}{7}\end{aligned}$$

إذن :  $\left(\frac{3}{7} - 9\right) \leq 0$  و منه فإن  $\frac{3}{7} \leq 9$

### 2- الترتيب والعمليات

#### أ- الترتيب والجمع

#### خاصية

$m$  و  $k$  و  $a$  و  $b$  أعداد حقيقية  
إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a + k \leq b + k$   
إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a - k \leq b - k$

#### مثال

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان بحيث  $a + 4 \leq b$

لنبين أن  $a + 1 \leq b - 3$

لدينا :  $a + 4 \leq b$  يعني أن  $a + 4 - 3 \leq b - 3$

أي  $a + 1 \leq b - 3$

#### خاصية

$d$  و  $c$  و  $b$  و  $a$  أعداد حقيقية .  
إذا كان  $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ c \leq d \end{array} \right\}$  فإن  $a + c \leq b + d$

#### مثال

و  $a + 3 \leq b$  و  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان بحيث :

$$b + 4 \leq \sqrt{2}$$

بين أن :  $b+a+7 \leq 3+\sqrt{2}$

إذن :  $(b+4)+(a+3) \leq \sqrt{2}+3$  نعلم أن :

$$\left. \begin{array}{l} b+4 \leq \sqrt{2} \\ a+3 \leq 3 \end{array} \right\} \text{و}$$

و منه فإن :  $b+a+7 \leq \sqrt{2}+3$

### ب-الترتيب والضرب خاصية

$a$  و  $k$  و  $b$  أعداد حقيقية

1/ إذا كان و  $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ k \geq 0 \end{array} \right\}$  فإن  $a \times k \leq b \times k$

2/ إذا كان و  $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ k \leq 0 \end{array} \right\}$  فإن  $a \times k \geq b \times k$

### مثال

$a$  و  $b$  عددان جذريان بحيث :  $a \geq \frac{4}{3}$  و  $b \geq \sqrt{3}$

لنستنتج  $3a$  و  $-2b$

إذن :  $3a \geq 4$  لدينا :

$$\left. \begin{array}{l} a \geq \frac{4}{3} \\ 3 \geq 0 \end{array} \right\} \text{و أي : } a \times 3 \geq \frac{4}{3} \times 3$$

ولدينا :  $\left. \begin{array}{l} b \geq \sqrt{3} \\ -2 \leq 0 \end{array} \right\}$  و أي :  $b \times (-2) \leq \sqrt{3} \times (-2)$

إذن :  $-2b \leq -2\sqrt{3}$

### 3- التآطير

### خاصية 1

$a$  و  $t$  و  $z$  و  $y$  و  $x$  و  $b$  أعداد حقيقية بحيث :

$$x \leq a \leq y \text{ و } z \leq b \leq t$$

$$x + z \leq a + b \leq y + t$$

### مثال

$x$  و  $y$  عددان حقيقيان بحيث :  $1 \leq x \leq \sqrt{5}$  و  $-4 \leq y \leq \frac{-3}{2}$

لنؤطر :  $x + y$

$$\text{لدينا : } 1 \leq x \leq \sqrt{5} \text{ و } -4 \leq y \leq \frac{-3}{2}$$

$$\text{يعني أن : } 1 + (-4) \leq x + y \leq \sqrt{5} + \left(\frac{-3}{2}\right)$$

$$\text{أي : } -3 \leq x + y \leq \sqrt{5} - \frac{3}{2}$$

### خاصية 2

$$\text{و } a \text{ و } y \text{ و } x \text{ أعداد حقيقية بحيث : } x \leq a \leq y \\ -y \leq -a \leq -x$$

### مثال

$$x \text{ عدد حقيقي بحيث : } \sqrt{3} \leq x \leq 4$$

$$\text{لنؤطر } -x \text{ : } -4 \leq -x \leq -\sqrt{3}$$

### خاصية 3

$$\text{و } a \text{ و } t \text{ و } z \text{ و } y \text{ و } x \text{ و } b \text{ أعداد حقيقة بحيث :}$$

$$x \leq a \leq y \text{ و } z \leq b \leq t$$

$$x - t \leq a - b \leq y - z$$

### مثال

$$y \text{ و } x \text{ عددان حقيقيان بحيث : } 1 \leq x \leq \frac{5}{2} \text{ و } -4 \leq y \leq \frac{-3}{2}$$

$$\text{لنؤطر : } y - x$$

$$\text{لدينا : } 1 \leq x \leq \frac{5}{2} \text{ إذن : } -\frac{5}{2} \leq -x \leq -1$$

$$\text{يعني أن : } (-4) + \left(\frac{-5}{2}\right) \leq y + (-x) \leq \left(\frac{-3}{2}\right) + (-1)$$

$$\frac{-13}{2} \leq y - x \leq \left(\frac{-5}{2}\right)$$